

La feria del chile. Uso de la gráfica como un método de resolución

Daniel Flores Ibarra
Bertha Medina Flores
Dulce María Peralta González Rubio
Matemáticas, CCH Sur, UNAM

Introducción

En este trabajo presentamos la estrategia didáctica que corresponde a la unidad IV de Matemáticas I: *Sistemas de Ecuaciones Lineales*, en la que proponemos a los estudiantes dos bloques de contenidos correspondientes al tema, planteados en tres niveles de aprendizaje cuya descripción detallamos aquí.

Anexamos la estrategia completa para cada bloque y, como ejemplo, una actividad de la secuencia didáctica que permite concretarlas. La característica especial de la actividad ejemplo es que se trata de un taller de enlace que reafirma los conocimientos anteriores y permite explorar los nuevos contenidos a aprender en la siguiente unidad.

Estrategia didáctica para la unidad IV sistemas de ecuaciones lineales. Matemáticas I

La estrategia que implementamos está orientada a lograr los propósitos descritos en el PEA (Plan de Estudios Actualizado) donde el alumno debe profundizar en la noción del sistema de ecuaciones lineales y al mismo tiempo en la ecuación lineal con dos incógnitas. Trabajar el método gráfico y los diferentes métodos algebraicos de resolución en consonancia con el análisis de los diversos casos de sistemas, dependiendo del número de soluciones.

Los aprendizajes esenciales, que consideramos el alumno debe alcanzar al estudiar esta unidad, los organizamos en dos bloques. El primero de ellos: Reconocer e interpretar patrones de líneas en el plano, considerando tres niveles para su aprendizaje. El segundo: Resolver sistemas de ecuaciones por varios métodos que también tiene tres niveles para su aprendizaje.

Bloque I, Reconocer e interpretar patrones de líneas en el plano, niveles de aprendizaje:

- A. Comprender y manejar el concepto de paralelismo y perpendicularidad entre rectas.
- B. Comprender y resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- C. Conectar matemáticas con ...

Nivel A

Los estudiantes resuelven actividades que enlazan las unidades anteriores (funciones-ecuaciones-sistemas lineales) para que, en este ejercicio, aprendan a realizar la vinculación entre lo que ya han aprendido y lo nuevo por aprender. (Talleres: La feria del chile, ¿Con quién conviene rentar autos? y ¿Dónde está el incendio?). Estos talleres son también de exploración, en ellos los estudiantes configuran un sistema de dos ecuaciones para una situación cotidiana y resuelven dicho sistema gráficamente, interpretan las soluciones en los contextos de los problemas y expresan sus respuestas en lenguaje español (comunicación matemática).

Usamos ejemplos y aplicamos la tecnología (calculadoras, computadoras) para ilustrar gráficamente la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en diversos contextos cotidianos.

Cerramos esta parte del tema pidiendo a los estudiantes que resuelvan gráficamente un sistema de dos ecuaciones lineales, que expliquen cómo lo resolvieron e interpreten la solución.

Reafirmamos el vocabulario informal y formal a fin de que los estudiantes puedan estudiar por su cuenta en textos convencionales.

Hacemos una síntesis de las conexiones claves entre las gráficas y los contextos trabajados.

Relacionamos la pendiente de las rectas con el tipo de gráficas que generan las líneas de los sistemas.

Mostramos conexiones de las matemáticas en diversos contextos (economía, modelos laborales, etc).

Nivel B

Las actividades de exploración proveen de oportunidades para examinar pares de líneas que están relacionadas.

Introducimos las líneas paralelas y perpendiculares y trabajamos en ellas la relación de las pendientes y la intersección con el eje Y.

En las actividades de razonamiento matemático inducimos a los estudiantes para que ilustren que dos ecuaciones pueden tener un número infinito de soluciones.

Proporcionamos actividades para que los estudiantes usen las pendientes y las intersecciones con el eje vertical para determinar si un par de rectas son paralelas, se intersectan o resultan perpendiculares.

Solicitamos a los estudiantes que hallen líneas paralelas y perpendiculares en el mundo que los rodea.

Promovemos, en la medida de lo posible, el razonamiento matemático pidiendo a los estudiantes que comparen y contrasten los usos del término paralelas en la literatura y en las matemáticas.

Nivel C

En las actividades de exploración matemática hacemos que los estudiantes vean una aplicación de la triangulación que involucra determinar la intersección de dos líneas para aplicar e interpretar la solución gráfica de un sistema de ecuaciones.

Involucramos los procesos de triangulación para la localización de un punto.

Bloque II. Resolver sistemas de ecuaciones por varios métodos, niveles de aprendizaje:

- A. Comprender y utilizar el método de resolución por sustitución.
- B. Construir y utilizar el método de resolución con combinaciones lineales.
- C. Relacionar los conocimientos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana para que, a través de la aplicación, se haga una síntesis de las nuevas ideas.

Nivel A

Con las actividades de exploración, proporcionamos una configuración práctica que ayude a los estudiantes a reforzar su conocimiento sobre la resolución gráfica de sistemas.

Introducimos el método de sustitución como un procedimiento que permite hallar las soluciones exactas del sistema.

Exponemos ejemplos que clarifiquen el método de sustitución y les damos problemas a resolver por este método.

Usamos el método de resolución de ecuaciones por sustitución y, si así lo consideramos, aprovechamos la oportunidad de conectar las habilidades que implica este método con la graficación.

Proponemos problemas que puedan ser planteados en ecuaciones con dos variables.

Para enriquecer el razonamiento matemático les ponemos desafíos a los estudiantes para que usen un sistema de ecuaciones con coeficientes fraccionarios.

Nivel B

Presentamos la lógica que está detrás de la suma de ecuaciones para que los estudiantes le encuentren sentido a la combinación lineal.

Proporcionamos ejemplos que muestren como usar el método de combinaciones lineales para resolver un sistema que modele una situación cotidiana.

Proporcionamos actividades de exploración donde los estudiantes usan métodos algebraicos para descubrir que no todos los sistemas tienen solución única.

Hacemos que los estudiantes examinen ejemplos donde los sistemas son inconsistentes.

Proporcionamos oportunidades para que los alumnos resuelvan sistemas de ecuaciones utilizando el método de las combinaciones lineales y para que determinen cuántas soluciones tiene un sistema.

Revisamos la escritura de ecuaciones a partir de una tabla de valores.

Para que los alumnos aprendan el método de igualación, procedemos como en la enseñanza de los métodos anteriores.





Nivel C

Diseñamos actividades de exploración que permitan a los estudiantes seleccionar el método de resolución más apropiado.

Proporcionamos ejercicios prácticos para que los estudiantes escojan el método que les parezca más apropiado para resolver los sistemas y apliquen los resultados a problemas cotidianos diversos.

Proponemos actividades para que los estudiantes puedan advertir que una solución matemática puede no ser una solución en la vida cotidiana.

Para lograr lo anterior, proponemos la secuencia didáctica que a continuación presentamos.

I. ENLACE Función-ecuación lineal- sistemas de ecuaciones lineales	II. Actividades y talleres diversos	III. Actividades complementarias de apoyo al aprendizaje Mate I y II
Feria del Chile. Actividad. Cuya función es hacer evidente la vinculación entre los temas del curso vistos con anterioridad: ecuación-función lineal y el nuevo tema a estudiar, sistemas de ecuaciones lineales	Actividades y talleres diversos que cubren los aprendizajes del PEA incluye la evaluación del desempeño — algunos de ellos forman parte de nuestros paquetes didácticos de años anteriores— y que se describen a continuación.	<ul style="list-style-type: none">  Asesorías personalizadas.  Investigaciones realizadas por los alumnos para su aprendizaje de las matemáticas (se anexan).  Reuniones con padres de familia.  Asistencia a eventos académicos y culturales. Todas estas actividades complementan y enriquecen la formación del estudiante

SECUENCIA DIDÁCTICA

I. ENLACE FUNCIONES ↔ ECUACIONES ↔ SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES. Esta es una actividad de evaluación del desempeño. Que vincula, a través del planteamiento de una situación, a los temas de funciones y ecuaciones lineales con el siguiente tema a estudiar. En los sistemas de ecuaciones lineales, la relación se establece al considerar dos o más funciones lineales simultáneamente para analizar un punto en común, además de las tendencias de las funciones lineales por separado. En resumen es la comparación de dos situaciones cuya modelación corresponde a funciones lineales —cada una por separado— y que al buscar un punto en común, como condición de un problema que las vincula, dan por resultado un sistema de ecuaciones lineales. Esta actividad **se aplica antes de empezar** (actividad de apertura) el estudio del tema.

En la siguiente tabla se describe la secuencia de actividades donde se incluye un breve resumen de los aprendizajes a lograr. Seleccionamos la actividad de **“La feria del Chile”**, como ejemplo para ilustrar nuestra estrategia didáctica.

II. Actividades de la Unidad 4 de Matemáticas I Parte II de la secuencia didáctica

II.	ACTIVIDADES Y TALLERES DIVERSOS	DESCRIPCIÓN (Aprendizajes)
1	<i>¿Con quién conviene rentar?</i>	Actividad de exploración donde se usa el método gráfico para interpretar soluciones en un sistema de ecuaciones lineales y toma de decisiones.
2	<i>¿En qué punto del bosque está el incendio?</i>	Actividad de aplicación del método gráfico. Conjunción de modelos lineales.
3	<i>Tigres y leopardos</i>	Actividad de exploración para comprender el método de sustitución.
4	<i>En la fotocopiadora.</i>	Actividad de exploración y construcción de ecuaciones equivalentes mediante combinaciones lineales. 1ª parte.
5	<i>En la búsqueda de sistemas equivalentes</i>	Actividad de exploración, aplicación y comunicación. Combinaciones lineales 2ª parte.
6	<i>El maestro de las canastas (Michael Jordan)</i>	Actividad de exploración para arribar al método de eliminación por combinaciones lineales (suma y resta).
6	<i>¿Siempre existe solución?</i>	Actividad de exploración y análisis para arribar a la comprensión sobre los tipos de soluciones posibles para un sistema de ecuaciones lineales (sistemas linealmente dependientes, independientes e inconsistentes).
7	<i>Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</i>	Actividad de aplicación del núcleo de conocimientos sobre las combinaciones lineales.
8	<i>Coloreando las cabañas del albergue.</i>	Actividad de aplicación. Resolución de problemas (mezclas).
9	<i>Changos y más changos</i>	Actividad rica que exige el uso de todas las habilidades aprendidas hasta aquí. El foco de atención está puesto en la interpretación del sistema de ecuaciones como modelo de una situación real.

(continuación)		
	ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS AL TEXTO	DESCRIPCIÓN (Aprendizajes)
10	<i>Mezclando soluciones.</i>	Resolución de problemas con aplicación del tema en el contexto de la Química.
11	<i>Rueda de la fortuna, diversión sin riesgos.</i>	Actividad de evaluación
12	<i>Economía, oferta y demanda.</i>	Actividad de aplicación. Contra ejemplo para la linealidad de los sistemas. Toma de decisiones.
13	<i>Economía y trabajo infantil</i>	Actividad de exploración y aplicación que menciona los sistemas no lineales y es también, en cierto sentido, una introducción a la programación lineal y el análisis para la toma de decisiones.
14	<i>Examen. Sugerencias para evaluar.</i>	Actividad de evaluación. Examen de formato convencional y tradicional para revisar lo aprendido
15	<i>Autoevaluación.</i>	Actividad de evaluación. Auto reflexión dirigida para una propia valoración del desempeño en el curso y
16	<i>Tecnología para la salud.</i>	Evaluación del desempeño. Problema de equipamiento para el Hospital Siglo XXI que sirve de base para realizar una evaluación y valorar el desempeño.
17	<i>Sugerencias para evaluar el desempeño.</i>	Una guía de observación y rúbrica que explicita las sugerencias sobre cómo considerar y jerarquizar, por nivel de desempeño, los distintos acercamientos de los alumnos a una respuesta correcta a la actividad de "Tecnología para la salud".

Resultados y discusión

Con esta estrategia y secuencia didáctica hemos tenido buenos resultados además, la experiencia de aplicarlas año con año, nos ha permitido corregirlas y mejorarlas. Las habilidades y contenidos que llegan a dominar los estudiantes corresponden a los objetivos planteados en el modelo educativo del Colegio que establece sean capaces de comunicar matemáticas, elaborar conjeturas, hallar patrones matemáticos y saberlos representar algebraicamente, argumentar sus razonamientos y procedimientos de resolución, aplicar las matemáticas en diferentes ámbitos de la vida, entre otras.

Los logros obtenidos tienen mucho que ver con las conexiones entre las actividades que componen la secuencia didáctica, los diferentes contextos que se abordan con ellas y el apoyo gráfico, que ayuda a visualizar las soluciones y la toma de decisiones. También se tratan los conceptos matemáticos a partir de los diferentes registros matemáticos y las diversas situaciones planteadas, como se puede observar en la tabla.

0. LA FERIA DEL CHILE

Solución de ecuaciones lineales

Existen muchas maneras de resolver ecuaciones, tú has probado resolverlas por tanteo y comprobación, algunas veces lo has hecho utilizando razonamiento y cálculo mental y, en otras ocasiones, utilizando gráficas. Algunos problemas cotidianos pueden ser modelados con ecuaciones lineales por lo que es conveniente conocer varios métodos para hallar sus soluciones.

1. Negocio picoso

En la organización previa a la feria del Chile se está planeando presentar la exposición gastronómica en dos pasajes de muestras culinarias: uno llamado “Pasaje del Chile Jalapeño” y el otro “Pasaje del Chile Habanero” y se planea dar las bebidas gratis para motivar a los asistentes, cobrándoles por la entrada y los bocadillos como sigue:

Pasaje del Chile Habanero



ENTRADA \$50

BOCADILLO \$2.50 c/u

Pasaje del Chile Jalapeño



ENTRADA \$70

BOCADILLO \$1.00 c/u

CONTESTA

Con la información de los carteles contesta lo que se te pide:

- Define dos variables para el número promedio de bocadillos comprados por los visitantes y otra variable por la cantidad promedio de dinero gastado por asistente. Escribe para cada modalidad de muestra gastronómica (*pasaje del Chile Jalapeño* o *pasaje del Chile Habanero*) una ecuación que relacione las variables y gráficas.
- Uno de los patrocinadores recordó que el año pasado los asistentes gastaron \$80 en promedio cada uno. Si esto se repite este año, ¿cuántos bocadillos de Chile en promedio, se espera que

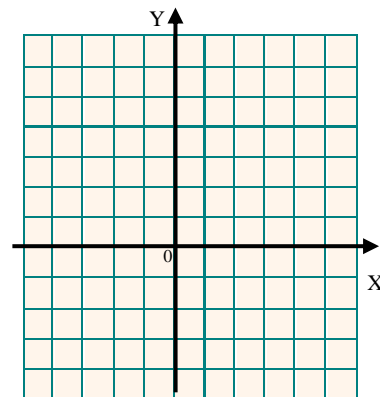
consuman los visitantes en el *pasaje del chile jalapeño*? Y ¿cuántos en el *pasaje del chile habanero*? Explica como lo decidiste.

- c) Otro patrocinador predijo que el promedio de visitantes a la feria comería 8 bocadillos de chile. Si esto es así, ¿cuánto dinero en promedio gastarán los asistentes en cada pasaje de la muestra gastronómica?
- d) Si los patrocinadores quieren que los asistentes gasten al menos \$100, ¿Cuál de los pasajes crees tú que trabajaría mejor? ¿Por qué? Explica cómo tus gráficas sirven de fundamento a tu decisión.
- e) Supón que asistes a la feria del chile con sólo \$75 para gastar. Se te antoja visitar ambos pasajes gastronómicos pero sólo te alcanza para entrar en uno de ellos. ¿Cuál de los pasajes escogerías para conseguir con ese dinero la mayor cantidad posible de bocadillos?
- f) Diseña un plan con el que tú creas que obtendrías más dinero que con la organización de la feria en estos dos pasajes gastronómicos. ¿Por qué piensas que tu plan es mejor? ¿Qué supuestos haces acerca de la gente que asistiría al evento?

2. Para resolver con la gráfica

Haz la gráfica de la función $y = 2(x + 1)$ y úsala para resolver las siguientes ecuaciones, en todos los casos verifica y explica como hallaste la respuesta.

- a) $4 = 2(x + 1)$
- b) $-6 = 2(x + 1)$
- c) $0 = 2(x + 1)$
- d) $\frac{1}{2} = 2(x + 1)$



e) Usa la gráfica de la función $y = 2(x + 1) - 3(x + 2)$ para que te ayude a resolver la ecuación $-4 = 2(x + 1) - 3(x + 2)$.

3. Busca el error y explícalo

Sidonio resolvió la ecuación $\frac{x-3}{2} = 10$ mediante cálculo mental y obtuvo como solución $x = 8$; explica su error de pensamiento y da la solución correcta.

Referencias

Referencias bibliográficas

ENCCH, UNAM 2016. Programa de Estudios de Matemáticas, Semestres I al IV. Plan de Estudios Vigente. México: CCH. UNAM.

SAG. Seminario de álgebra y Geometría 2005. *Paquete didáctico para Matemáticas I*. México: CCH. UNAM.

SAG. Seminario de álgebra y Geometría 2009. *Paquete de evaluación para Matemáticas I*. México: CCH. UNAM.

SAG. Seminario de álgebra y Geometría 2011. *Guía para el profesor: Matemáticas I*. CCH. UNAM.

Steen, L. A., & García, R. P. (2004). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México: Limusa.